التحليل الفلسفي للرياضيات

أ. نذير معيزي

أستاذ باحث بالمدرسة العليا للأساتذة –بوزريعة–

ملخص:

اهتم التحليل الفلسفي للرياضيات عبر مراحله بطرح إشكالية أصل العلم الرياضي وكذلك أزمة اليقين والمناهج، وخلال ذلك نقف عند جملة من الأطروحات هي: هل يمكن تبرير الرياضيات تجريبيا وهل ذلك ينفي أي دور للعقل في إعداد المعرفة الرياضية؟، ثم هل يمكن وصف الرياضيات بالصناعة الدقيقة في جميع الأحوال؟، ثم ما جدوى رد المنهج الرياضي إلى القياس وهل ذلك ينفي أي اعتبار للتركيب(الاستقراء) أثناء عمليات البرهنة؟. بالإضافة إلى الشق المتعلق بقيمة الرياضيات.

Résumé :

A travers ses étapes, l'analyse philosophique des mathématiques prend en charge la généralisation de la problématique de l'origine de la science mathématique ainsi que la crise de la certitude et des styles, dans ce cadre, on traite plusieurs thèses à savoir, Est-ce qu'on peut justifier les mathématiques de manière expérimentale?, Est-ce que cela nie tout rôle de la raison dans le savoir mathématique? Est-ce qu'on peut décrire les mathématiques par l'industrie minutieuse dans tous les cas?, quelle est l'utilité d'attribuer la méthodologie mathématique a la mesure?, Est-ce que cela nie une certaine considération de la synthèse (induction) en cours de l'opération de la démonstration ?, en outre à la partie qui concerne la valeur des mathématique.

الكلمات المفتاحية:

أصل المفاهيم، أزمة المنهج، أزمة اليقين.

المنارة للاستشارات

www.manaraa.com

مقدمة:

إذا كانت فلسفة العلوم، أو التفلسف حول العلم: "دراسة علاقته بالعالم وبالمجتمع، والاجتهاد لبيان موقع العلم في مجموعة القيم الإنسانية، والتأملات التي تعمم انطلاقا من نتائج العلم لكي تصل إلى ما يسمى بحق فلسفة طبيعية، وأخيرا التحليل المنطقي للغة العلمية"[1]، فإن فلسفة الرياضيات هي توضيح العلاقة بين الإنسان وحدود ماهيته في إطار التفكير الرياضي، لأن الإنسان في نهاية المطاف لا يقيم أي معرفة من المعارف إلا لأنه يبحث عن ذاته وماهيته في حدود تلك المعرفة ومنها المعرفة الرياضية، التي هي: "اسم نوع لكل العلوم التي يكون موضوعها العدد أو الترتيب(العددي)"[2]، كما يطلق هذا الإسم أي الرياضيات على: "الحساب والجبر والهندسة، وموضوعها الكم، فإذا كان الكم متصلا كالامتداد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم الهندسة، وإذا كان منفصلا كالعدد، سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم العدد، وهو يشمل الحساب والجبر"[3]، ونحن في هذا المقال نحأول أن نبحث في أصل المفاهيم الرياضية وأزمة اليقين في الرياضيات وكذلك البحث في طبيعة المنهج الرياضي، مع رد كل مسألة من هذه المسائل إلى أهم المواقف والردود.

أصل المفاهيم الرياضية:

تستهدف نظرية المعرفة مجملا، البحث عن مصدر العلم الإنساني، ثم لما كانت المعارف لا تأتينا إلا عن طريق العقل والحواس، أصبح من الجائز في مجال فلسفة العلوم الحكم بأن مصدر المعرفة الرياضية هو في تآلف دور كل من العقل والتجربة، ومع ذلك فإن الجدل ظل قائما حول أصل المعرفة الرياضية، حيث مثل كل من التجريبيين والعقلانيين أدوار هذا الاختلاف، فمن القائلين بأولوية العقل في أصل المعرفة الرياضية والرد على

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

مخالفيهم، ومن القائلين بأولوية التجربة في أصل المعرفة الرياضية والرد على مخالفيهم، نطرح السؤال الآتي:

ما هو أساس الرياضيات، وهل يمكن رده إلى التصور العقلي أم إلى التصور التجريبي؟

عرف الإنسان الشرقي أنماط الفكر الرياضي انطلاقا من تجاربه ومعاناته وصراعه مع مجمل الحتميات الطبيعية المحيطة به، فالحاجة دفعته بصورة لا أدرية إلى خلق أنماط حسابية تفيد في استمرار نوعه والحفاظ على بقائه، فالرياضيات في الفكر الشرقي القديم هي وليدة الحاجة، كما أنه نشأ: "علم المساحة والهندسة والحساب في مصر الفرعونية تحت ضغط الحاجات الاقتصادية والاجتماعية"[4]، وهكذا فقد بدا أن الممارسة الرياضية لدى الحضارات الشرقية القديمة، وخاصة في الحضارات المصرية والبابلية، هي ممارسة تطبيقية، وقد أضحت من جملة العادات والتقاليد التي تقتضيها الضرورة الاجتماعية، فـ: "فيضانات وادي النيل دفعت المصريين القدماء إلى ابتكار طرق وأساليب هندسية لتحديد مساحات الحقول وتنظيم الزراعة والري"[5].

ومع تقدم النزعة التجريبية في العصر الحديث، تم تصور الرياضيات علما قائما في صلب التجريب، أي أن مجمل المفاهيم الرياضية مستوحاة من الواقع المحسوس، ومع هذا التحليل التجريبي لأساس الرياضيات: "انتهت النزعة الاستقرائية إلى أنها مثل أي علم آخر، تعميمات استقرائية، وتتمتع باليقين لسعة مجالها وكثرة الوقائع الشاهدة على صدقها، كثرة ما لاحظته حواسنا أن اقتران (1 و1) مثلا –ينتج عنه دائما (2)"[6]، وبالتالي فإن مجمل المعارف لا تأتينا إلا عن طريق الحواس، وأنه ليس للرياضيات وجود مستقل بل هي متعلقة برغباتنا وأهوائنا، فنحن لا نرغب في المعرفة إلا لأننا نرغب في الاستمتاع، وأن هذا الاستمتاع له آثاره الحسية التجريبية.

فمثلا: "عندما نعد الحصى نعجب من أن نجد بالضبط أن حصاتين وحصاتين تسأوي أربع حصيات، بيد أننا عندما نجد بالفعل أربع حصيات، فليس ذاك إلا لأن

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

الطبيعة تلبي بشكل سري مطالب الفكر"[7] وعليه فإن: "العلم العقلي لا يتكون بشكل مستقل عن التجربة، بل بإعمال النظر في الممارسات التجريبية"[8].

لقد أثبتت الدراسات في مجال علم النفس السلوكي أن مجمل السلوكات تتم في وسط خارجي، أي متعلقة ببيئة الكائن الحي، وبالتالي فهي استجابة لما تمليه علينا الطبيعة الخارجية، وبالتالي فإن السلوك (الرياضي) هو منعكس شرطي لجملة من المنبهات الفيزيزلوجية، ثم إن الطفل يولد صفحة بيضاء كما يرى جون لوك، وكل ما يتعلمه يتم بواسطة الاكتساب، وهكذا فإن تجريد الطفل في تعلمه للأشكال الهندسية لا يتم إلا إذا كان له مجال للتطبيق في الواقع، وعليه فإن الأمثلة الحسية تكون أكثر وضوحا بالنسبة للمتعلم خاصة في مادة الرياضيات.

وفي نفس السياق ذهب جون ديوي JOHN DEWEY (1859-1995م) إلى أن الطفل الذي يتعرض للحرق فإنه يصبح يخاف من النار، فإذا كان الأب أو الأم يخيفانه من الاحتراق إذا لمس لعبة معينة، فإن الطفل يصبح يتجنب هذه اللعبة بشكل آلي، كما يتجنب لمس والاقتراب من النار، وهذا يدل بوضوح على أن التربية الحسية تتفوق على التربية العقلية[9].

وعليه فإن المعرفة الرياضية هي معرفة ترابطية تكرارية، ثم منذ أن أعلن فرنسيس بيكن FRANCIS BACON (1516-1625م) أن: "المعرفة تبدأ بالتجربة الحسية"[10]، أصبح من الواضح أن التفكير الرياضي هو ما يمليه علينا الحس، هذا الأخير هو المادة الخام لكل برهان، أي على الرياضيات أن تستوفي شرطها الموضوعي، والذي يتمثل في ردها إلى معطيات الخبرة والتجربة، وأن يكون المنهج الرياضي مماثلا للمنهج الاستقرائي القائم في صلب التجريب.

وبالنسبة لـ جون لوكLOKE JOHN (1632-1704م) لا يوجد شيء في الذهن ما لم يكن موجودا من قبل في التجربة، أما المعرفة الرياضية فهي تندرج ضمن

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

المعرفة البرهانية، وهي معرفة حدسية، لكن لا يجب الخلط بين الحدس كما تصوره المذهب العقلاني وبين الحدس في مذهب التجريبيين، فالحدس عند جون لوك هو: "ما في العقل من قوة على إدراك العلاقة الكائنة بين الأفكار التي نحصل عليها بواسطة الإحساس أو التأمل، فمع أن الإحساس قوة عقلية فإن موضوعه غير عقلي بل حسي، وبناء عليه فالحدس لدى لوك لا يتعارض مع الفلسفة التجريبية"[11].

أما دافيد هيوم DAVID HUME (1711-1776م) فقد رد جميع المعارف إلى التجربة، وهذا ما جعله ينفي قبلية الأفكار كمعارف مطلقة وصادقة في الزمان والمكان، فكل ما يحيط بنا ألفناه بواسطة من العادة والتكرار، وعليه فإن الطبيعة قد تفاجئنا بقوانين جديدة في المستقبل، ثم كل ما نسميه بوظائف العقل تستهدف في مجملها إدراك الشيء، وأن مجمل المبادئ العليا للعقل هي: "استعداد نفسي وليست ضرورة مطلقة مفروضة على العقل"[12]، أما مطلقية المعرفة الرياضية فهذه شكل من الحقائق المموهة، لأن هذا الإطلاق ليس إطلاقا في ذاته كما يدعيه العقلانيون، وإنما متعلق بقدرة العقل على البرهنة، وبالتالي يجب التفريق بين البرهان على الشيء وبين قولنا أن مصدره ملاحظاتنا الحسية أو التحقيق التجريبي[13]، بمعنى أنه: "لن تكون الهندسة فيما لو دعيت لمساعدة فلسفة الطبيعة، بقادرة البتة على معالجة ذلك النقص أو على إيصالنا لمعرفة الأسباب الأخيرة"[14] ثم: "يستند كل قسم من الرياضيات إلى افتراض أن الطبيعة قد أقامت بعض القوانين في عملياتها. وهي تستخدم التعليلات المجردة أما لمساعدة الخبرة في اكتشاف تلك القوانين وأما لتعيين تأثير القوانين في الحالات الخاصة"[15]، لكن: "جميع تعليلات العالم التجريدية لا يمكنها البتة أن تجعلنا نتقدم خطوة وأحدة للوصول إلى معرفة القانون"[16]، وهذا يدل على أن الهندسة تطبيقية أي تساعد في تطبيق تلك القوانين ودون ذلك تفقد هذه الأخير خاصيتها، أي أن: "اكتشاف القانون نفسه يعود مع لك إلى التجربة وحدها"[17].

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

لكن إذا تم وفق هذا الطرح اعتبار أن أساس الرياضيات هو أساس تجريبي محض، فكيف نبرر على سبيل المثال وجود بعض المفاهيم الجبرية التي لا تنتمي إلى المجال المحسوس؟ ثم قد ثبت أن مجمل العمليات الحسابية التقليدية التي تعتمد على الحواس هي عمليات بدائية، بمعنى نتائجها غالبا ما تكون مضللة وخاطئة، أما القول أن الحاجة أو الغريزة هي التي دفعت الإنسان إلى التفكير بطريقة رياضية، فيجب الاتفاق أولا على ما يدل عليه مفهوم الغريزة، لأن من الغرائز غرائز جسمانية وغرائز عقلية، وبالتالي لا ينبغي الخلط في مقام القول أن الرياضيات متعلقة بمجمل استعداداتنا الطبيعية ثم نلحق ذلك بالأساس التجريبي لها، لأن من هذه الاستعدادات القوة العاقلة أيضا، والذي يدل أيضا على أن الرياضيات متعلقة بهذه القوة، هو أنه يظهر على الحيوانات اللاعاقلة أنها محكومة بقانون الغريزة، لكن لا يوجد ما يدل على أنها تحمل بالطبيعة فكرا رياضيا، بدليل أن الإنسان بواسطة الرياضيات استطاع أن يتحكم في الطبيعة التجريبية وفي استخدامها، في حين أن هذه الحيوانات لم تفلح قط في استخدامه.

لا يجب نفي دور التجربة في إعداد المعرفة الرياضية، لكن ذلك يبقى ناقصا ومحدودا في عدم وجود العقل، فمثلا بعض التقديرات الكمية التي لا يحتويها الواقع التجريبي نلجأ إلى صياغتها بواسطة الاستدلال والبرهان، أي أننا نضع لها مجالا في عقولنا، وهذا دليل على أن العقل يحتوي التجربة.

ويرى أنصار النزعة العقلية أن أساس الرياضيات عقلي، فالرياضيات هي من العلوم العقلية، والبرهان الرياضي ظل نظريا منذ العهد اليوناني إلى القرن التاسع عشر: "النموذج الأعلى للمعقولية"[18]، كما أثبت تاريخ العلم الرياضي: "ظهور مفاهيم أساسية لم تكن موجودة من قبل، مفاهيم قام ولا يزال يقوم عليها البناء الرياضي النظري، بالإضافة إلى استعمال طرق جديدة في التفكير، كالتجريد والتعميم والتحليل والتركيب، مما كانت نتيجته نشوء تصور جديد للعلم الرياضي يختلف جذريا عن التصورات التي

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

تربط الحساب والهندسة بالتطبيقات العملية والحاجات الاجتماعية"[19]، فالرياضي لم يعد بحاجة إلى تطبيقات عملية في الحساب، كما أصبحت الحاجات سببا ضئيلا في ممارسة التفكير الرياضي وأصبح البرهان كفيلا بتخطي كل الممارسات الرياضية القديمة.

بالنسبة لأفلاطون PLATON (429-347ق.م) يصبح موضوع الرياضيات ماهيات ذهنية منفصلة عن العالم المحسوس، أي تصبح مجمل الكائنات الرياضية تصورات ذهنية خالصة، أو مفاهيم أزلية ثابتة تنتمي إلى العالم المعقول وبالتالي لا يوجد ما يدلنا على ملاحظتها في الطبيعة كونها معطيات مجردة[20]، فالعلم الرياضي هو: "العلم العام الذي يستخدم في جميع الصناعات والعمليات العقلية، وفي أنواع المعرفة، وهو العلم الذي ينبغي أن يتعلمه كل إنسان قبل غيره من العلوم"[21]، أي أن موضوعه هو علم العدد والحساب وقد أشار أرسطو Aristote (384-322ق.م) إلى أن العلم الرياضي هو علم استنباطي أي علم برهاني قائم في جملة من المبادئ والأسس ننطلق منها للبرهنة على جملة من القضايا، ويضيف أن تلك المبادئ قليلة العدد، وهي تنضوي مجملا تحت علم المبادئ الأولى للوجود[22]، وهذا دليل على أن الرياضيات فرع من فروع الفلسفة الأولى، وأن الكائنات الرياضية مستقلة عن رغباتنا وأهوائنا.

إن انفتاح العقل اليوناني على المعارف وسّع من مفهوم الحرية الرياضية، فالممارسات الحسابية التطبيقية والعمليات الهندسية القائمة تحت ضغط الحاجات الاقتصادية والاجتماعية، تؤدي إلى التضييق من حرية الفكر، وبالتالي يجب اعتبارها عمليات سفلى، أما الرياضيات الحقة فهي تلك التي يعبر عنها التأمل، وعليه فإن: "الإجابة التجريبية المتطرفة لم تقنع علماء الرياضيات، ونهض فريق منهم لفحص أصول الرياضيات من الطريق المخالف لهذه الاستقرائية، أي طريق التعقل الخالص"[23]، فتصبح المعرفة الرياضية هي المعرفة التي تستند إلى قوانين الفكر أي إلى المبادئ العليا للعقل.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

وبالنسبة لديكارت RENE DESCARTES (1596-1650م) إن: "العقل هو أحسن الأشياء توزعا بين الناس بالتسأوي"[24] ومنه نستنبط مجمل المبادئ العليا الكفيلة باتفاق جميع العقول، أما العلم الرياضي، فمن بين كل الذين بحثوا عن الحقيقة في العلوم، لم يستطيعوا أن ينتهوا إلى حجج وثيقة ويقينية كتلك التي وصل إليها الرياضيون، فأوثق المعارف هي المعرفة الرياضية، وحتى الطفل الذي تعلم الحساب يستطيع أن: "يثق أنه متى وجد فيما يختص بحاصل جمع المسألة التي هو بصددها، كل ما يستطيع العقل الإنساني أن يجده، لأن المنهج الذي يعلم المرء إتباع الترتيب الصحيح، وإحصاء كل الظروف بدقة في الشيء الذي يتحراه، يشتمل على كل ما جعل قواعد علم الحساب موثوقا بها"[25]، أي المنهج الرياضي بوصفه منهجا كليا وشاملا صالحا للتطبيق على كل علم.

إذن هكذا انتهت النزعة العقلية إلى تثبيت الأساس العقلي للرياضيات بوصفها علما صوريا مجردا مشتملا على عدد لا متناه من المفاهيم والكائنات، والتي يضيق الواقع التجريبي على احتوائها، وهذا دليل على أن للفكر الرياضي قوة على الطبيعة التجريبية، حينما يختزلها ببراعة في جمل منطقية أيسر بكثير من تلك المراحل التي يقيمها المجرب في مختبره.

لكن أليس الإغراق في التجريد الرياضي هو حالة متقدمة من التجريب؟، بمعنى أن اطراد الظواهر في الطبيعة على سبيل المثال، هو لا محالة السبب في مدنا بقانون السببية والذي لا نغفل عن صياغة هذا الأخير صياغة عقلية، ثم لو افترضنا مع أفلاطون أن المفاهيم الرياضية هي مفاهيم أزلية وثابتة، فكيف نبرر أزمة اليقين في الرياضيات، ألا يوحي ذلك بفكرة الذاتية أو بتعدد الأنساق في الرياضيات، وبالتالي فإن مبدأ التغير الذي يحكم تجاربنا هو نفسه الذي يحكم الرياضيات، فلا يجعل من هذه الأخيرة مثالا أعلى للمعقولية بقدر ما يجعل منها مثالا أعلى في التعبير عن تجاربنا.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

إن الخلاف بين النزعة التجريبية والنزعة العقلية حول أساس الرياضيات، ظل لفترات خلافا سكونيا مذهبيا، لكن يجب الاعتراف أنه ظل أيضا اختلافا معرفيا، أي قائما في صلب نظرية المعرفة أو مشكلة أصل العلم الإنساني، ولذلك اقترح كانط KANT EMMANUEL (1724–1804م) في فلسفته النقدية حلا لهذا النزاع، وهو بإعطاء كل من العقل والتجربة دوره في المعرفة بما فيها المعرفة الرياضية، وعليه فإن: "التجربة ليست ممكنة إلا من خلال تصور اقتران ضروري للإدراك"[26]، أي إلا في إطار مبادئ عليا تنظم عملية الإدراك الحسي، أضف إلى ذلك تلاحظ نظرية العلم المعاصرة تبدل في المواقف بين النزعتين التجريبية والعقلية حول مشكلة أساس الرياضيات، إذ أصبح كل منهما يحمل درجة من التقبل لفكر الآخر، فـ: "التجربانية والعقلانية قد وصلتا تقريبا إلى حد تبادل موقفيهما، فبينما التجربانية في صورتها الجديدة تدافع عن قبلية الرياضيات وعن استقلالها الكلي عن التجربة، وتعدل بذلك عن أحدى الأطروحات المميزة للتجربانية التقليدية، فإننا على العكس من ذلك نرى معارضيها يلحون على تعريقها في التجربة. وهؤلاء هم العقلانيون الجدد"[27].

وعلى هذا فإنه لا وجود للقطيعة في مجال نظرية المعرفة بين العلوم الرياضية وعلوم الواقع أي العلوم التجريبية، وبالتالي يوجد فقط مستويات متتالية من التجريد ومن التجريب أي التجريد انطلاقا من العيني المشخص بمادته، ثم من هذا الأخير ضمن الأطر العامة المنظمة لعملية الفكر[28]، أي ضمن الأطر الرياضية.

وتجدر الإشارة إلى أن تاريخ العلم أثبت أن الرياضيات بدأت تجريبية لتغرق فيما بعد في التجريد والخيال، وبالتالي فإن أزمة العلم الرياضي لن تتوقف عند حدود أساسه، بل ستخوض أيضا في مدى مشروعية هذا التجريد والخيال، أو ما نصطلح على تسميته عادة بأزمة اليقين في الرياضيات.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

أزمة اليقين في الرياضيات:

إلى ذلك لا تتم البرهنة في مجال العلوم إلا انطلاقا من جملة من الأوليات يتم مصادرتها مسبقا قصد بناء عملية الاستدلال، فالمعرفة تستند إلى مبادئ ثابتة، كما أنها تمنح للفكر وضعية الانطباق الصوري دون تنازعه، وفي سياق البحث العلمي والفلسفي تم تقليد الرياضيات نموذج المثالية، فالحقيقة الرياضية حقيقة مطلقة وهذا الحكم يمنع الشك في صورة البرهان الرياضي الذي أثبت مستويات عالية من الدقة واليقينية في مبادئه ومناهجه وكذلك في طبيعة نتائجه، غير أن حركة تطور الرياضيات أقلبت صورة البداهة التي رافقت الفكر الرياضي التقليدي أي تلك التي تحدد إمكانية التنبؤ الرياضي المطلق أو الحتمية الرياضية أو صورة البداهة المطلقة في البرهان الرياضي.

إذن يجب الاعتراف أن الرياضيات التقليدية تستند إلى مبادئ ثابتة وكلية لا يحيد عنها اليقين، وهذا بخلاف صورة اليقين في الرياضيات المعاصرة، أما المبادئ التي أعلن عنها إقليدسEuclide فيبدو أنها لم تحافظ على وثوقيتها خاصة في ظل تعدد الأنساق الرياضية وبالأخص في مجال الهندسة، فمن المعروف أن الهندسة الإقليدية قائمة في صلب استوائية المكان، لكن ظهرت هندسات جديدة تختلف في تصوراتها مع ما ذهب إليه إقليدس، ومن فروضها كروية المكان أي أنه ذو شكل محدب، لقد كان هذا سببا لإعلان فكرة الذاتية في الرياضيات وبالتالي هدم المشروع الرياضي المثالي، وفي ظل الجدل القائم حول أزمة اليقين في الرياضيات، نطرح السؤال الآتي: هل الحقيقة الرياضية حقيقة مطلقة؟ أم أن تعدد الأنساق في الرياضيات وسع الهوة بين مبادئ الرياضيات الكلاسيكية والرياضيات المعاصرة من حيث درجات اليقين؟.

يجب الاعتراف أن البرهان الرياضي يعد مشروعا أعلى للمعقولية والمطلقية، فهو يستند أساسا إلى مبادئ ثابتة وكلية لا يحيد عنها اليقين، فـ: "اللغة الرياضية نموذج اليقين"[29]، وبالنسبة لديكارت المنهج الرياضي هو المنهج الذي يمكن تطبيقه على كل علم[30]،

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

ولذلك فقد استعاد غاليلي GALILIO GALILIE (1564–1642م) فكرة الرياضيات، فالطبيعة كتاب لا يستطيع أن يقرأه إلا من كان يتقن اللغة الرياضية [31]، والمعرفة الرياضية عند أفلاطون هي القائمة على الحدس، أي تمثل تلك الرؤية العقلية المباشرة[32]، أما إقليدس فقد شيد هندسته على مجموعة من المبادئ[33] هي عناصر أولية تعتبر واضحة بذاتها غير قابلة للبرهان، لأنها هي نفسها أساس البرهان.

وقد أشار أرسطو إلى أن العلم الرياضي هو علم استنباطي أي علم برهاني قائم في جملة من المبادئ والأسس ننطلق منها للبرهنة على جملة من القضايا، ويضيف أن تلك المبادئ قليلة العدد، وهي: البديهيات AXIOUMES كقولنا الكل أكبر من الجزء، والمسأويان لثالث متسأويان، وهي قضايا واضحة بذاتها إلى درجة أنه لا يمكن أن نصل إلى ما هو أبسط منها.المسلمات POSTULOT وهي قضايا غير واضحة بذاتها، أي مطالب أولية يسلم بها العقل قصد بناء عملية الاستدلال، كقولنا أنه للمكان ثلاثة أبعاد وأنه من نقطة خارج المستقيم لا يمكن جرّ إلا مستقيم وأحد مواز له وأن مجموع زوايا المثلث يسأوي مائة وثمانون درجة.التعريفات DIFINITIONS وهي جملة من الحدود ننطلق منها لتعريف الباقي[34]، وقد أعطى إقليدس ثلاث وعشرون تعريفا، نذكر منها: "النقطة شيء له وضع فقط وليس له طول ولا عرض ولا عمق، الخط طول بدون عرض أو عمق... وموضع تقاطع خطين نقطة"[35].

إذن هكذا تأسس تقليديا المنهج الرياضي الاستنباطي التحليلي باعتبار النتائج كامنة في المقدمات، إن هذا التوافق الصوري كفيل بانطباق الفكر مع نفسه، فالبرهان الرياضي ضامن منطقي للوصول إلى الحقيقة، أما نتائجه فهي كافية لاتفاق جميع العقول، ثم إن الحقيقة الرياضية مطلقة وأن مبادئ الرياضيات وأحدة وأن المنهج الرياضي هو محاكاة للقياس الأرسطي الذي هو نموذج التحليل.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

لكن بالموازاة مع حركة تطور الرياضيات، ثبت لدى البعض أن أسس الفكر الرياضي التقليدي ما هي إلا مجرد فروض، وبالتالي يمكن الانطلاق من فروض جديدة مخالفة لها تماما، كما لا يجب الوثوق في مطلقية الحقيقة الرياضية خاصة في عالم الأشياء المتغير، وعليه فإن الممارسة الابستمولوجية في مجال العلوم الرياضية أدت إلى زعزعة مبادئ الهندسة الإقليدية، كما أفضت إلى تعديلات تختص بالمسلمات التي تنطلق منها تلك الهندسة.

مطلع العام 1830م افترض لوباتشيفسكي Lobatchevski (1793-1856م) أنه من نقطة خارج المستقيم يمكن رسم أكثر من مستقيم مواز له، وهذا بخلاف ما افترضه إقليدس، دون أن يؤدي ذلك إلى بطلان في فرضه، أي دون أن يوقعه ذلك في التناقض، وهذا دليل أنه كلما انطلقنا في الرياضيات من مقدمات مختلفة توصلنا إلى نتائج مختلفة، والشيء الذي ربما يكون مؤديا إلى بطلان هذا الافتراض هو وقوعه في التناقض، وهذا ما لا يظهر في النظام الهندسي الذي شيده لوباتشيفسكي، أما ريمان Reumann (1826-1866م) فهو يعتبر في هندسته أن المكان كروي الشكل: "كالكرة الأرضية المجسمة التي يستعملها الجغرافيون لتحديد الأمكنة والبلدان بواسطة خطوط الطول والعرض"[36]، والمستقيم هنا هو عبارة عن دائرة كبرى.

إن المشكلة التي تعترض الباحث أمام هذه الافتراضات اللامتناهية في مجال الهندسة، هي أي منها يجب اعتباره مثالا لليقين، هل الهندسة الإقليدية أم مجمل الأنساق الهندسية المعاصرة؟، لا جرم أن كل من تلك الهندسات تبقى صحيحة بالنسبة إلى النسق الذي تنتمي إليه، ما دامت منطلقاتها قابلة للتحقق منطقيا، ولذلك نجد أن من خصائص الرياضيات المعاصرة الاكسيوماتيك axiomatique الذي يعتبر الرياضيات نظام فرضي استنتاجي، وبالنسبة لـ: لالاند André Lalande (1867-1963م) الأكسيوماتيك هو: "في الأصل، دراسة نقدية للبداهات axiomes على اختلاف

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

معاني هذه الكلمة، والتي تؤخذ مبادئ لاستهلال علم الهندسة، جملة هذه الأسس principes أو المبادئ الموضوعة في بداية أي علم استنتاجي"[37] بما فيها الرياضيات، فكل برهان هو استدلال يرمي إلى بيان حقيقة استنتاجه.

أدى التحليل النقدي للرياضيات الكلاسيكية بصفة عامة والهندسة الإقليدية بصفة خاصة إلى نشأة هندسات أخرى، تنطلق من مجموعة من الفروض هي كأوليات، حيث السمة الأساسية فيها هو عدم تناقضها، وبإمكانها، أي هذه المنظومة من الأوليات، أن تؤدي إلى تناتج جملة هائلة من الكائنات الرياضية، حيث أصبح من المعروف أن الأكسيوماتيك يستند إلى ثلاثة شروط أساسية هي: "استقلال كل مسلمة عن الأخرى، عدم تناقض المسلمات، ثم شرط الإشباع، أي أن يكون عدد المسلمات كافيا لاستنباط كل قضايا النسق الاستنباطي"[38].

لا جدوى من النظر في الرياضيات الإقليدية المستندة أساسا إلى روح القياس الأرسطي، فالعلم الصوري ليس له موضوع، أي نسق متحرر من كل موضوع وخال من كل محتوى[39]، كما يجب إعطاء الأولوية للحدس، هذا ما أعلن عنه كانط فإن: "عددا قليلا من المبادئ التي يفترضها الهندسيون هي فعلا تحليلية وتستند إلى مبدأ التناقض...، إن هذه القضايا عينها، وعلى الرغم من أنها تصدق كمجرد أفاهيم، لا تقبل في الرياضة إلا لأنه بالإمكان تصورها في الحدس"[40]، وهذا التبرير بواسطة الحدس هو دعوة صريحة لعودة التفكير الإقليدي.

في مجال علم العدد، تم نبذ فكرة الاتصال الهندسي وتعويضها بالأعداد، وإعطاء الأولوية للتحليل الرياضي القائم في مجمل العمليات المنطقية الصورية، إذن هكذا تصبح الرياضيات علما صوريا بعيدا عن الحدس[41]، فدراسة الأشكال الهندسية بواسطة الدوال تستند إلى الفرضية التالية: وهي أن قيم الدالة تتابع دون تقطع، وهكذا يمكن مثلا إبراز العلاقة بين تغير الحرارة وتمدد المعادن بخط متصل تشكله القيم المتتابعة

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

لدرجات الحرارة، لكن أصبح بالإمكان التخلي عن فكرة الاتصال الهندسي، وبتقدم التحليل الرياضي أصبح العدد هو الأساس الوحيد لكل فروع الرياضيات[42].

لكن ألا يؤدي سحب بعض المفاهيم الأولية من مجال البحث الرياضي إلى هدم كل المعارف السابقة بما فيها الفيزياء بما أن أسس هذه الأخيرة قائمة في صلب الرياضيات الكلاسيكية؟، ثم لا يفيد النظر في أكثر من منظومة من الأوليات أو نسق من البديهيات لأن ذلك لا يحافظ على وحدوية البحث سواء في المناهج أو المنطلقات أو حتى في النتائج، أضف إلى ذلك أن المعرفة الرياضية في ظل تعدد أنساقها لا يجعل منها صناعة دقيقة في جميع الأحوال، أي تصبح تابعة لرغباتنا وأهوائنا.

يجب تبني، كقاعدة أولية، فكرة تعدد الأنساق في الرياضيات، فهي تحمل دلائل واضحة عن المدى الذي بإمكان البرهان الرياضي الوصول إليه، واليوم لا يكاد الاستقراء والتتبع أن يحصي ما كان وما هو كائن وما قد سيكون من فرضيات جديدة، فالعقل الرياضي يعمل بسرعة ما دام المنظومة التي ينتمي إليها لا تعترف بحدود الزمان والمكان، إن عملية الخلق والإبداع أسهل ما تكون عليه في الرياضيات، لأن الرياضي لا يحتاج إلا أن يعمل بذكاء فيأتي بمنظومة جديدة من البديهيات أو المسلمات أكثر يقينا من تلك التي سبقتها، إذن فتعدد الأنساق في الرياضيات هو تعدد من الداخل لكنه من الخارج محافظ على وحدويته ما دام محافظا على مبادئه، وعليه لا حاجة إلى تشطيب بعض المفاهيم ما دام أيضا أن كلا منها منتم إلى نسقه، إن هذا يدل بوضوح على أن التوسع في الرياضيات هو توسع أفقي وبالتالي فإن تاريخ الرياضيات هو ليس تاريخا للأخطاء بقدر ما هو تاريخ لدرجات اليقينية، وهذا بخلاف العلم الطبيعي.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

طبيعة المنهج الرياضي:

وفي سياق متصل تختص فلسفة الرياضيات بمسألة المنهج، والمنهج Méthode في عرف الدارسين هو: "اتجاه قابل للتحديد ومتابع بانتظام في عملية العقل"[43]، فإذا ما تم ضمن إطار هذه الفكرة صياغة مفهوم واضح للمنهج الرياضي يكن القول أنه مستمد من تعريفنا للرياضيات كنوع من المعرفة يختص بدراسة الكم المتصل والمنفصل، وهنا تبدو المفارقة في قابلية المنهج الرياضي للتطبيق في الواقع، فبين اعتباره نظأما من الأوليات أو نسق من البديهيات الذي يستند أساسا إلى مبادئ ثابتة وكلية محددة تحديدا مسبقا وبين اعتباره نظأما إجرائيا قابلا للتطبيق في الواقع تصبح مسألة قيمة العلم الرياضي على المحك.

غير أنه يمكن تقسيم المنهج الرياضي في طريقة البرهان إلى فرعين أساسيين هما الطريقة التحليلية والطريقة التركيبية، أما التحليل فهو: "وضع سلسلة من القضايا بدءا من القضية التي يراد البرهان عليها وصولا إلى قضية معلومة، وبما أننا ننطلق من الأولى فإن كل وأحدة من القضايا تكون محصلة ضرورية لتلك التي تليها، فيترتب أن تكون الأولى محصلة للأخيرة، وتاليا تكون صحيحة مثلها"[44]، بمعنى أن التحليل في الرياضيات يشتمل على الانتقال من الكليات إلى الجزئيات، وهذه الحركة هي بالجملة جوهر الاستدلال، أي: "حركة الفكر الذي يستعمل معرفة دليلا إلى معرفة أخرى وبه يكتسب معرفة جديدة من معرفة سابقة، فهو انتقال العقل من أمر معقول إلى آخر معقول انتقالا متدرجا من قضية إلى قضية بقصد الوصول إلى مدرك عقلي"[45].

فالقضايا المحصلة أو ما نصطلح على تسميته بـ: (التالي) لا يأتي بعد القضايا الضرورية (المقدمات) فحسب بل من الناحية المنطقية أيضا، أي أن العلاقة بين الضروريات أو الأوليات والنتائج هي علاقة لزوم منطقي وهذا ما نجده في التحليل المباشر الذي يقوم على إرجاع القضية المراد إثباتها إلى قضايا أبسط منها وسبق إثباتها، ويمكن تسميته

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

أيضا بالتحليل التراجعي لتمييزه عن الطريقة التركيبية، أي أننا أثناء التحليل المباشر نقوم بطريقة تراجعية من القضية المعطاة إلى القضية المبدأ التي لا يمكن تحليلها والتي هي أحد المبادئ المعروفة، كقولنا: أوجد مجهول المعادلة س+6=12.

إن حل هذه المعادلة يقتضي تطبيق البديهية القائلة بأن: "طرح كمية ثابتة من متسأويين، لن يغير هذا الطرح من تسأويهما"، فبطرحه للمقدار (06) من الطرفين المشكلين للمعادلة يتضح له ما كان مجهولا وهو أن: س=6، غير أنه وبالنسبة لبلانشي نتساءل مع ليبنيتس LEIBNIZ (1646-1716) فيما إذا كانت الوحدة قابلة للتحليل، فالشائع أنها لا تقبل التفكيك، أي تمثل أحد المبادئ التي لا تقبل التحليل، بمعنى لا يمكن أن تكون لها أجزاء أبسط منها، فالأجزاء ليست دائما أقل بساطة من الكل ولو كانت دائما أكثر عددا[46].

أضف إلى ذلك أن الطريقة التحليلية لا تختلف كثيرا عن ما نثيره في القياس من نتائج بواسطة الحد الأوسط، فبما أن: "النتيجة تحصل منه بتحليل المبادئ، فإنه يمكننا أيضا أن نعتبره طريقة تحليلية، ولهذا أمكن أرسطو أن يسمي (تحليلات) الكتاب الذي عرض فيه نظرية القياس"[47]، فالقياس الذي هو نموذج التحليل لا يأتي بأي جديد يذكر، بمعنى أن المنهج الرياضي لو كان يستند إلى كل هذه المبادئ لتمكن من اكتشاف جميع الحقائق الرياضية وهذا أمر غير معقول[48].

أما التحليل غير المباشر أو البرهان بالخلف فهو بخلاف التحليل المباشر، أي يختص بالأقيسة الناقصة، بمعنى: "إلزام الخصم بقبول نتيجة مترتبة على مقدمتين يسلم بهما دون النتيجة التي لا تبدو له لازمة منهما في قياس من غير الشكل الأول. فإذا رفض التسليم بالنتيجة اللازمة من (قياس مستقيم) لزمه التسليم بنقيضها، فيكون قد سلم بالمقدمتين وبنقيض النتيجة التي تؤخذ مع أحدى المقدمتين في قياس جديد ينتج نتيجة

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

تتناقض مع المقدمة الأخرى فيكون الخصم في هذه الحالة متناقضا، وبما أن سبب هذا التناقض إنما هو رفض النتيجة الأولى، فإنه يضطر حينئذ إلى التسليم بها"[49].

فالبرهان بالخلف هو إثبات لحقيقة المطلوب ببطلان نقيضه فإذا بطل النقيض تعين المطلوب، كقولنا: أثبت ببرهان الخلف المطلوب الآتي: (أ) يوازي (ب)، و(ب) يوازي (ج)، المطلوب: هل (أ) يوازي (ج)؟ يمكن كتابة البرهان على الشكل الآتي: نقوم بافتراض أن (أ لا يوازي ج)، ونبين أنها حالة مستحيلة وكاذبة، إذا لم يكن (أ) يوازي (ج) فإنه يقطعه، وإذا قطعه، قطع موازيه (ب)، وهذا يخالف المعطى الذي افترض فيه، أنه يوازيه ولا يقطعه، فالبرهنة غير المباشرة هنا تثبت أنه غير ممكن.

بالإضافة إلى الطريقة التحليلية نجد أن البرهان الرياضي يستند أيضا إلى التركيب composition وهو عكس التحليل، إن الاستدلال التركيبي: "هو الانتقال من المعرفة الثابتة إلى المعارف الأخرى التي تثبت بثبوتها فتكون المعارف اللاحقة مجرد نشر للمعارف السابقة ومجرد تصريح بما تتضمنه ويكون التركيب بهذا الاعتبار هو الاستنتاج بالمعنى الضيق، إذ هو الانتقال من المبادئ إلى ما يلزم عنها، ومن العلة إلى المعلول ومن العام إلى الأقل عموما وأحسن مثال على الاستدلال التركيبي هو مسائل الهندسة الإقليدسية التي هي متولدة من تركيب مبادئها الأولى القليلة العدد ومن بناء مضامينها بعضها مع بعض وتشبيكها"[50].

ويقترب التركيب أكثر إلى كلمة استقراء من حيث آلية انتقال الفكر من الخاص إلى العام أو من الجزئيات إلى الكليات، والفرق هو من حيث أن الاستقراء يحمل دلالة إجرائية تجريبية أي يقترب أكثر للتطبيق للواقع أما التركيب في الرياضيات فيقوم الرياضي في أثنائها، بالهبوط من المبادئ التي هي أوليات البرهان إلى النتائج، وفي ذلك تتجلى قدرة الذهن على الخلق والإبداع وذلك بإنشاء علاقات جديدة، أي المنهج الذي ينتقل فيه الرياضي من قضايا بسيطة إلى قضايا مركبة توضح تأليفا جديدا.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

فمثلا إذا كان المطلوب هو التركيب بين المعادلتين الآتيتين: (س−2=0) و(س−3=0)،عند تضعيف هاتين المعادلتين يحصل الباحث على معادلة من الدرجة الثانية، بحيث:

(س−2) (س−3)=0 نجد أن: س(س−3)−2(س−3)=0 ومنه: $س^2$−3س−2س+6=0 ومنه: $س^2$−5س+6=0 وهو المطلوب. فالحاصل علاقة جديدة تجأوز فيها الرياضي المعطى برمته وهذا دليل على أن في المنهج التركيبي القابلية على الإنشاء بخلق علاقات رياضية جديدة.

الآن لنضع كل من التحليل والتركيب في علاقة مباشرة، في مجال تحديد الأولويات، فنجد أن كلا منهما له قيمته المعرفية، ولا جدوى من وضع أحدها مقام الآخر من حيث قابليتهما للتطبيق في الواقع، أضف إلى ذلك أن العلاقة الاستدلالية في كل منها هي علاقة المبدأ باللازم سواء كان تدرجا أو تراجعا وهذا هو وجه الاتفاق بينهما، كما أن مشكلة المعرفة لا تقتصر على الاستنتاج والاستقراء أو التحليل والتركيب بالمفهوم الرياضي، إن هذه القسمة الثنائية سيتم تجأوزها حينما يتم تشطيب مفهوم الضرورة المنطقية التي تربط بين القضايا واستبدالها بمفهوم الضرورة التجريبية التي تربط بين الوقائع وهنا بالضبط يظهر الاضطراب بين الاستنتاج والاستقراء بمفهوم العلم الطبيعي[51].

خاتمة:

يمكن تلخيص مجمل مقالنا باسترجاع أهم مراحله، فالتحليل الفلسفي للرياضيات قائم في صلب النقد الموجه لتطور الفكر الرياضي منذ نشأته، فهو يهتم بأصول هذا العلم ودور كل من النزعة العقلانية والتجريبية في إثراء هذه المسألة، ثم تهتم فلسفة الرياضيات بالخوض في مبادئ هذا العلم وأوضحنا ذلك من خلال أزمة الأسس أو اليقين في الرياضيات، وفي خلال ذلك يتم التساؤل هل الرياضيات صناعة دقيقة في جميع الأحوال؟، بالإضافة إلى أزمة المنهج ومجرى الخلاف القائم حول هذا الموضوع.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

إن الحكمة الفلسفية من خلال طرح هذا الموضوع هو استذكار بعض المسائل التقليدية الخاصة بمشاكل فلسفة العلوم ووضعها في علاقة مباشرة مع المشاكل التي تهتم بها الفلسفة المعاصرة بصفة عامة، فالتوجه الفلسفي الجديد هو إحياء بعض المشاكل التقليدية لكن بمراجعة منهجية، وفي مجال الرياضيات لا نكاد نرى اليوم ممارسات ابستمولوجية حقيقية أمام الفارق الشاسع الذي يصنعه علماء الرياضيات من خلال الإتيان ببراهين جديدة لا تعد ولا تحصى، فهل المشكلة في ذلك هو عجز العقل الفلسفي على مواكبة هذا التطور؟ أم أن تطور الرياضيات هو تطور في الفراغ أي يعكس ميتافيزيقا لكن من نوع خاص؟.

الهوامش:

(1)- روبير بلانشي، **الابستمولوجيا(نظرية المعرفة)**، ترجمة/محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004، ص21.

(2)- أندريه لالاند، **معجم مصطلحات الفلسفة التقنية والنقدية**، ط2 مج2، منشورات عويدات، بيروت، لبنان، 2001، ص770.

(3)- جميل صليبا، **المعجم الفلسفي**، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت، لبنان، 1925، ص631.

(4)- محمد عابد الجابري، **تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة**، ط2، دار الطليعة، بيروت، 1982، ص51.

(5)- نفس المرجع، ص51.

(6)- يمنى طريف الخولي، **فلسفة العلم في القرن العشرين**، عالم المعرفة الكويت، 2000، ص246.

(7)- روبير بلانشي، **نظرية العلم(الابستمولوجيا)**، تر/محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004، ص91.

(8)- نفس المرجع، ص93.

(9)- DEWY JOHON, **DEMOCRATIE ET EDUCATION**, PRE ET TRAD DE GERAD DELEDALLE, ARMAND COLIN, PARIS, 1990, P51.

(10)- عبد القادر تومي، **أعلام الفلسفة الغربية في العصر الحديث**، ط1، كنوز الحكمة، الجزائر، 2011، ص39..

(11)- إبراهيم مصطفى إبراهيم، **الفلسفة الحديثة من ديكارت إلى هيوم**، دار الوفاء، مصر، 2000، ص278.

(12)- نفس المرجع، ص332.

(13)- نفسه، ص336.

(14)- دافيد هيوم، **مبحث في الفاهمة البشرية**، ترجمة/موسى وهبة، ط1، دار الفارابي، بيروت، لبنان، 2008، ص57.

(15)- نفس المصدر، ص56.

(16)- دافيد هيوم، المصدر السابق، ص57.

(17)- نفس المصدر، ص57.

(18)- محمد عابد الجابري، **تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة**، ط2، دار الطليعة، بيروت، 1982، ص67.

(19)- نفس المرجع، ص52.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

(20)- LENA SOLER, **INTRODUCTION à L'EPISTIMOLOGIE**, ELLIPSES EDITION, PARIS, 2000, p22.

(21)- أفلاطون، **الجمهورية**، موفم للنشر، الجزائر، 2007، ص323.

(22)- عبد القادر بشتة، **الابستمولوجيا**، ط1، دار الطليعة، بيروت، لبنان، 1995، ص66.

(23)- يمنى طريف الخولي، **فلسفة العلم في القرن العشرين**، ص246.

(24)- روني ديكارت،**مقالة عن المنهج**، ترجمة/محمود محمد الخضيري، ط3، الهيئة العامة للكتاب، مصر، 1985، ص161.

(25)- روني ديكارت، المصدر السابق، ص195.

(26)- إيمانويل كانط، **نقد العقل المحض**، ترجمة/موسى وهبة، مركز الإنماء القومي، بيروت، لبنان، 1988، ص135.

(27)- روبير بلانشي، **نظرية العلم(الابستمولوجيا)**، ص92.

(28)- روبير بلانشي، المصدر السابق،ص93.

(29)- محمود فهمي زيدان، **من نظريات العلم المعاصر إلى المواقف الفلسفية**، دار النهضة العربية، بيروت، 1925، ص90.

(30)- MARIE DOMINIQUE ET DENIS VERNANT, **LES GRANDES COURANTS DE LE PHYLOSOPHIE DE SIENCE** , EDITION DE SEUIL, PARIS, 1997, P07

(31)- روبير بلانشي، **نظرية العلم(الابستمولوجيا)**، ص87.

(32)- محمد عابد الجابري، **تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة**، ط2، دار الطليعة، بيروت، 1982، ص67.

(33)- نفس المرجع، ص68.

(34)- عبد القادر بشتة، **الابستمولوجيا**، ط1، دار الطليعة، بيروت، لبنان، 1995، ص66.

(35)- إقليدس، **الأصول الهندسية**، ترجمة/كرتليوس فان دايك، ك1، طبعة بيروت، 1916، ص05.

(36)- محمد عابد الجابري، **الفكر الرياضي وتطور العقلانية المعاصرة**، ص70.

(37)- أندري لالاند، **معجم مصطلحات الفلسفة التقنية والنقدية**، مج1، ص125.

(38)- عبد القادر بشتة، **الابستمولوجيا**، ص69.

(39)- R. Carnap, **le problème de la logique de la science, science formelle et science des réel**, trad. FR, Hermann, paris ,1935, P37.

(40)- إيمانويل كانط، **نقد العقل الخالص**، ترجمة/ موسى وهبة، مركز الإنماء القومي، بيروت، لبنان، 1988، ص51.

(41)- عبد القادر بشتة، **الابستمولوجيا**، ص70.

(42)- محمد عابد الجابري، **تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة**، ص88.

(43)- أندري لالاند، **معجم مصطلحات الفلسفة التقنية والنقدية**، مج2، ص804.

(44)- نفس المصدر، مج1، ص65.

(45)- محمود يعقوبي، دروس المنطق الصوري، ط2، **ديوان المطبوعات الجامعية**، 1969، الجزائر، ص114.

(46)- روبير بلانشي، **الاستدلال**، ترجمة/محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، الجزائر، 2003، ص148.

(47)- نفس المصدر، ص149.

(48)- عبد القادر بشتة، **الابستمولوجيا**، ص70.

(49)- محمود يعقوبي، **دروس المنطق الصوري**، ص233.

(50)- محمود يعقوبي، **دروس المنطق الصوري**، ص08.

(51)- روبير بلانشي، **الاستدلال**، ص154.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

قائمة المصادر والمراجع:

أولا: المصادر:

أ- باللغة العربية:

1- روبير بلانشي، **الابستمولوجيا(نظرية المعرفة)**، ترجمة/محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004.

2- أفلاطون، **الجمهورية**، موفم للنشر، الجزائر، 2007.

3- روني ديكارت،**مقالة عن المنهج**، ترجمة/محمود محمد الخضيري، ط3، الهيئة العامة للكتاب، مصر، 1985.

4- إيمانويل كانط، **نقد العقل المحض**، ترجمة/موسى وهبة، مركز الإنماء القومي، بيروت، لبنان، 1988.

5- روبير بلانشي، **الاستدلال**، ترجمة/محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، الجزائر، 2003.

6- إقليدس، **أصول الهندسة**، ترجمة/ ترجمة/كرتليوس فان دايك، ك1، طبعة بيروت، 1916.

7- دافيد هيوم، **مبحث في الفاهمة البشرية**، ترجمة/موسى وهبة، ط1، دار الفارابي، بيروت، لبنان، 2008.

ب- باللغة الأجنبية:

1- DEWY JOHON, **DEMOCRATIE ET EDUCATION**, PRE ET TRAD DE GERAD DELEDALLE, ARMAND COLIN, PARIS, 1990.

2- R. Carnap, **le problème de la logique de la science, science formelle et science des réel**, trad. FR, Hermann, paris ,1935.

ثانيا: المراجع:

أ- باللغة العربية:

1- محمود يعقوبي، **خلاصة الميتافيزيقا(فلسفة المعرفة)**، ج1، دار الكتاب الحديث، الجزائر، 2002.

2- محمد عابد الجابري، **تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة**، ط2، دار الطليعة، بيروت، 1982.

3- يمنى طريف الخولي، **فلسفة العلم في القرن العشرين**، عالم المعرفة، الكويت، 2000.

4- عبد القادر تومي، **أعلام الفلسفة الغربية في العصر الحديث**، ط1، كنوز الحكمة، الجزائر، 2011.

5- إبراهيم مصطفى إبراهيم، **الفلسفة الحديثة من ديكارت إلى هيوم**، دار الوفاء، مصر، 2000.

6- عبد القادر بشتة، **الابستمولوجيا**، ط1، دار الطليعة، بيروت، لبنان، 1995.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

7- محمود فهمي زيدان، **من نظريات العلم المعاصر إلى المواقف الفلسفية**، دار النهضة العربية، بيروت، 1925.

8- محمود يعقوبي، دروس المنطق الصوري، **ديوان المطبوعات الجامعية**، الجزائر، 1999.

أ- باللغة الأجنبية:

1- MARIE DOMINIQUE ET DENIS VERNANT, **LES GRANDES COURANTS DE LE PHYLOSOPHIE DE SIENCE** , EDITION DE SEUIL, PARIS, 1997.

2- LENA SOLER, **INTRODUCTION à L'EPISTIMOLOGIE**, ELLIPSES EDITION, PARIS, 2000.

ثالثا: المعاجم:

1- أندريه لالاند، **معجم مصطلحات الفلسفة التقنية والنقدية**، ط2 مج2، منشورات عويدات، بيروت، لبنان، 2001.

2- جميل صليبا، **المعجم الفلسفي**، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت، لبنان، 1925.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com